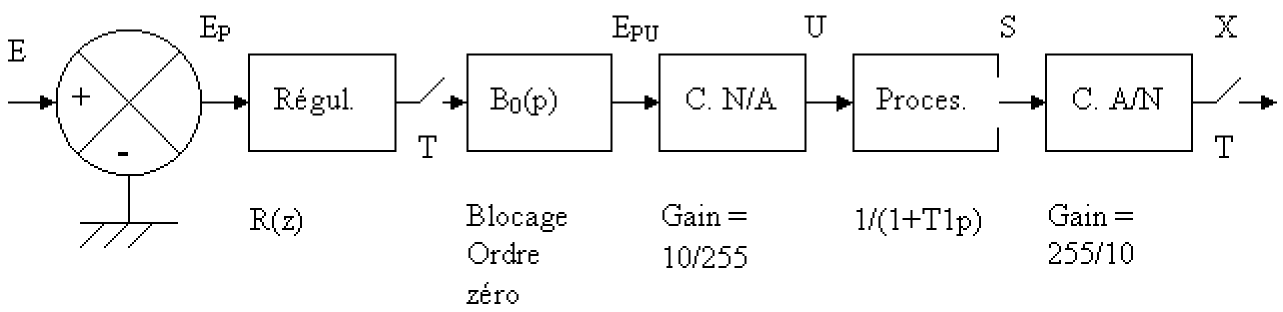
Modélisation de la régulation numérique de température

Introduction :

Rappel des hypothèses définies dans l'animation :

- La commande permet de chauffer le four, mais pas de le refroidir.
- Le modèle est donc défini pour une température croissante, ce qui correspond à une variable d'écart $E_P>0$ (en régulation proportionnelle). Dans le cas contraire, le refroidissement naturel du four entraînera une diminution de S d'autant plus lente que l'isolation du four est de bonne qualité.

L'identification indicielle en boucle ouverte (donnée dans l'animation) permet de définir la modélisation suivante :



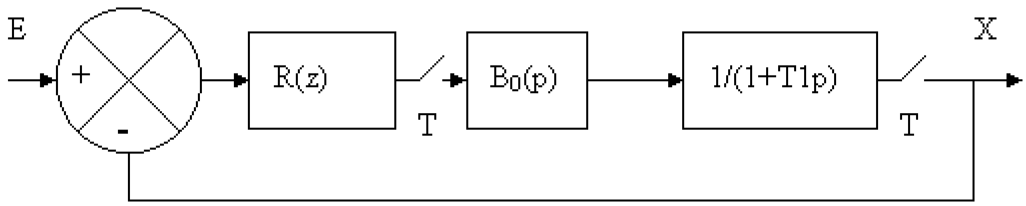
- Le régulateur (fonction de transfert R(z)) correspond au calcul de la valeur de $(E_{PU})_k$ au coup d'échantillonnage N°k en utilisant la valeur présente de l'écart $(E_P)_k$ ainsi que les valeurs éventuelles précédentes de E_P et E_{PU} $((E_P)_{k-1}, \ldots)$
- Le blocage d'ordre zéro indique que la valeur numérique de E_{PU} est maintenue constante, après calcul, pendant toute la période d'échantillonnage.

Rappel : le temps de calcul est supposé très inférieur à la période d'échantillonnage T (hypothèse donnée dans l'animation).

- Les gains des convertisseurs se compensent car ils traitent tous deux des signaux numériques de 8 bits et analogiques compris entre 0 et 10 Volts.

• La fonction de transfert du processus : $\frac{S}{U} = \frac{K}{1+T1p}$ est de type passe-bas d'ordre 1, vue la réponse indicielle en boucle ouverte. Le gain K est égal à 1 (voir animation).

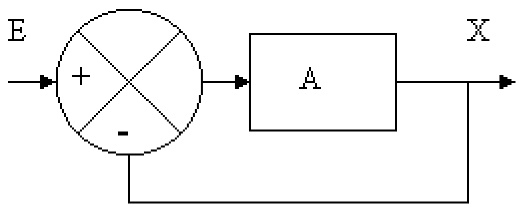
La modélisation en z de la boucle est obtenue de la façon suivante :



Or : $$Z\left(B_0(p).H(p)\right) = \left(1 - z^{-1}\right)Z\left(\frac{H(p)}{p}\right)$$

Ce qui donne ici : $$\left(1 - z^{-1}\right)Z\left(\frac{1}{p(1+T1p)}\right) = \frac{1-e^{-\frac{T}{T1}}}{z-e^{-\frac{T}{T1}}}$$

On obtient le modèle suivant :



Avec : $$A = R(z).\frac{1-e^{-\frac{T}{T1}}}{z-e^{-\frac{T}{T1}}}$$

<u>Réponse indicielle en boucle fermée</u> :

1) <u>Régulation Proportionnelle</u>

Calcul du pôle de la fonction de transfert en boucle fermée :

$$\frac{X}{E} = \frac{A}{1+A}$$

avec : R(z) = G

$$\frac{X}{E} = \frac{G\left(1 - e^{-\frac{T}{T1}}\right)}{z - e^{-\frac{T}{T1}} + G\left(1 - e^{-\frac{T}{T1}}\right)}$$

d'où :

$$z_P = e^{-\frac{T}{T1}} - G\left(1 - e^{-\frac{T}{T1}}\right)$$

cette fonction possède un pôle réel :

pour le choix effectué dans l'animation : T=0,2.T1, alors : $z_P = 0{,}82 - 0{,}18G$

si : G=2 alors : $z_P = 0{,}46$

La boucle fermée est stable car : $|z_P| < 1$

La réponse indicielle ne présentera pas de dépassement car $z_P > 0$. on vérifie sur l'animation que le régime permanent est sensiblement atteint dès la 5° période d'échantillonnage.

2) Régulation Proportionnelle-Intégrale

Calcul du pôle de la fonction de transfert en boucle fermée :

$$\frac{X}{E} = \frac{A}{1+A}$$

avec :

$$R(z) = G\frac{z - e^{-\frac{T}{T1}}}{z - 1}$$

Remarques :

- Le terme en (z-1) au dénominateur correspond à une action intégrale
- le terme en $\left(z - e^{-\frac{T}{T1}}\right)$ au numérateur permet de compenser le pôle dominant de la boucle ouverte, ce qui facilite le réglage de la boucle fermée pour obtenir une réponse indicielle sans dépassement, par action sur le gain G.

L'équation récurrente à programmer :

Avec : T = 0,2.T1

$$R(z) = \frac{E_{PU}}{E_P} = G.\frac{z-0{,}82}{z-1} = G\frac{1-0{,}82.z^{-1}}{1-z^{-1}}$$

d'où :

$$E_{pU}\left(1-z^{-1}\right) = G\left(1-0{,}82.z^{-1}\right)E_P$$

$$\left(E_{PU}\right)_k = \left(E_{PU}\right)_{k-1} + G.\left(E_P\right)_k - 0{,}82.G.\left(E_P\right)_{k-1}$$

Pour choisir G, on calcule le pôle de la boucle fermée :

$$\frac{X}{E} = \frac{A}{1+A}$$

$$\frac{X}{E} = \frac{G\left(1-e^{-\frac{T}{T1}}\right)}{z-1+G\left(1-e^{-\frac{T}{T1}}\right)}$$

cette fonction possède un pôle réel (T=0,2.T1) : $z_P = 1 - G\left(1-e^{-\frac{T}{T1}}\right) = 1 - 0{,}18.G$

Si : $z_P = 0$, la réponse indicielle est dite « pile » car le régime permanent est atteint dès la fin de la première période d'échantillonnage avec un écart : $E_P = 0$

Attention, dans ce cas, la valeur de la commande durant la première période est très virulente. Elle peut saturer si l'échelon de consigne est trop important. Pour obtenir cette réponse pile, il faut choisir G tel que : $z_P = 0$, d'où : G = 5,52

Finalement, l'équation récurrente à programmer pour le régulateur :

$$\left(E_{PU}\right)_k = \left(E_{PU}\right)_{k-1} + 5{,}52.\left(E_P\right)_k - 4{,}52.\left(E_P\right)_{k-1}$$